

基于高斯曲面拟合的影像渐晕复原方法

何 凯¹, 唐平凡², 王成优¹

(1. 天津大学电子信息工程学院, 天津 300072; 2. 电子科技大学应用数学学院, 四川成都 610054)

摘 要: 本文根据影像发生渐晕时灰度分布的特点, 提出了一种基于最速下降法的高斯曲面拟合方法, 推导了 Hesse 矩阵的相关参数, 较好地解决了不规则高斯曲面拟合的问题, 获得了影像整体灰度变化情况, 从而实现了影像渐晕现象的复原. 仿真结果表明, 上述方法能够有效估计出不规则高斯曲面(如渐晕图像灰度值)的相关参数. 通过对实际影像的处理结果表明, 本文方法能够有效去除影像的渐晕现象, 改善图像质量. 由于该方法不需要相关的光学和几何参数, 因此具有广泛的适用性.

关键词: 渐晕; 高斯曲面拟合; 最速下降法; Hesse 矩阵; 灰度补偿算法

中图分类号: TN216 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112(2009)01-0067-05

Vignetting Correction Method of Image Based on Gaussian Quadrics Fitting

HE Kai¹, TANG Ping-fan², WANG Cheng-you¹

(1. School of Electronic Information Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. School of Applial Mathematics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

Abstract: According to the gray distribution character of vignetting image, the method of Gaussian quadrics fitting based on steepest descent method is introduced in this paper. Parameters of Hesse matrix are also deduced at the same time, and then the problem of irregular Gaussian quadrics fitting is solved. By this method, the whole gray change of image is achieved, so the vignetting phenomenon is corrected. The simulation result illuminated that the parameters of irregular Gaussian quadrics, such as vignetting image gray level, can be estimated effectively by this method. The actual processing result shows the vignetting phenomenon can be removed effectively, and consequently the quality of image is improved. Since no relative optical and geometrical parameters are needed, this method can be widely used in projects.

Key words: vignetting; Gaussian quadrics fitting; steepest descent method; Hesse matrix; gray compensation algorithm

1 引言

相机在远距离成像时, 随着视场角 ω 的增大, 能通过照物透镜成像的斜光束截面面积将逐渐减少, 从而导致影像中间亮, 边缘暗, 这就是所谓的渐晕现象, 必须予以消除.

传统渐晕复原方法需要相关的光学和几何参数, 或需要事先进行相关实验以确定渐晕系数, 在实际工程中难以实现. 本文将最速下降法引入到高斯曲面拟合当中, 较好地解决了不规则高斯曲面(如渐晕图像灰度)拟合的问题, 从而获得影像的整体灰度变换情况, 进而实现影像渐晕复原. 与传统方法相比, 该方法不需要相关的参数, 因此具有广泛的适用性.

2 渐晕的产生与传统纠正方法

2.1 渐晕产生的光学分析

通常为了获得小巧的外形及优良的成像质量, 在

远距离成像时, 各种类型光学系统的渐晕现象是难以避免的^[1]. 根据光学理论的相关知识, 轴外像点的照度可以近似表示为^[2-4]

$$E_{\omega} = kE_0 \cos^4 \omega' \quad (1)$$

式中, E_0 是轴上像点的照度, ω' 为半视场角, k 是面渐晕系数.

2.2 渐晕产生的几何分析

在实际相机光学系统中, 由于目镜口径大小的限制, 轴外光束会有一部分无法通过光学系统成像, 从而导致像面边缘光照度下降, 这种现象称为轴外点的渐晕^[1]. 利用相关几何知识, 可以推得渐晕系数 t 的表达式如下:

(a) 当 $h \leq r_2 - r_1$ 时, $t = 1$;

(b) 当 $r_2 - r_1 < h < d \tan \omega$ 时:

$$t = 1 - \frac{r_1^2 + h^2 - r_2^2}{2\pi h r_1^2} \sqrt{1 - \left(\frac{r_1^2 + h^2 - r_2^2}{2h} \right)^2}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{r_1^2 - h^2 - r_2^2}{2\pi hr_1^2} \sqrt{r_2^2 - \left(\frac{r_1^2 + h^2 - r_2^2}{2h}\right)^2} \\
& - \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{r_1^2 + h^2 - r_2^2}{2hr_1}\right) + \frac{r_2^2}{\pi r_1^2} \arcsin\left(\frac{r_1^2 - h^2 - r_2^2}{2hr_2}\right) \\
& - \frac{1}{2} \left| 1 - \frac{r_2^2}{r_1^2} \right|
\end{aligned}$$

(c) 当 $h > d \tan \omega$ 时, $t = 0$ (2)

其中, r_1 和 r_2 是斜光束通过入射窗和入射光瞳所形成投影圆的半径, h 是两个圆心之间的距离。

可见, 无论是光学还是几何复原方法均有比较严密的理论依据, 能够获得准确的渐晕系数, 但前提条件是必须了解相机的相关技术参数, 以及拍摄瞬间的运动状态, 这在实际工程中往往是很难实现的。

3 其它渐晕复原方法

为了解决上述问题, Wopil Yu^[5,6] 和 Yuanjie Zheng 等人^[7] 提出了基于查表法(LUT)来消除影像的渐晕现象。由于该方法需要事先利用标准影像获取影像渐晕系数对照表, 因此每次拍摄都必须满足相同的条件, 这极大地限制了它在实际应用中的应用。

文献[8]提出了一种基于逐行拟合的渐晕复原方法, 在一定程度上解决了上述问题。但当实际图像相邻两行灰度变化较大时, 利用上述方法进行复原, 可能会出现不应有的线性条纹。究其原因, 这是由于没有对曲面进行拟合引起的。

李炜^[9]等人提出了基于二维高斯曲面拟合的图像灰度补偿算法, 根据图像灰度分布统计特性估计二维高斯曲面的各个参数, 从而实现图像灰度补偿。计算积分时, 该方法利用条件 $f(x, y) > T_i$ 来判断长方体的体积是否被累加; 由于实际影像往往灰度变化很大, 因此利用上述方法计算的积分不够准确, 参数估计结果往往具有较大的误差。

为此, 本文将最速下降法引入到高斯曲面估计当中, 推导了 Hesse 矩阵的相关系数, 通过 Hesse 矩阵逐次迭代收敛, 最终获得高斯曲面的相关参数值。仿真实验结果表明, 即使对于不规则高斯曲面, 利用该方法仍然能够获得比较准确的参数估计, 因此能够满足实际影像渐晕复原的要求。

4 高斯曲面拟合法

根据实际渐晕图像退化情况可知, 图像退化模型为一个近似椭球面, 故可利用二维高斯曲面来对退化的图像进行拟合, 以实现图像的灰度补偿^[9]。

已知矩阵 $E_{M \times N}$ 的元素 $e_{ij} (1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N)$ 代表三维空间中 $x = i, y = j$ 时 z 的值(即 $z = e_{ij}$), 且满足条件 $e_{ij} > 0$, 高斯曲面模型表达式见式(3)。

$$z = A \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{a^2}\right] \quad (A > 0) \quad (3)$$

现对矩阵 $E_{M \times N}$ 所给出的 $M \times N$ 个数据进行拟合, 以确定参数 A, x_0, y_0, a 的值。令

$$\begin{aligned}
f(x, y) &= \ln z = \ln A - \frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{a^2} \\
&= B - \frac{1}{a^2} [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2] \quad (4)
\end{aligned}$$

为了计算方便, 令 $B = \ln A$, 则 $f_{ij} = \ln e_{ij}$, 则上述问题转化为求参数值 B, x_0, y_0, a , 使得目标函数

$$F(B, x_0, y_0, a) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M [f(i, j) - f_{ij}]^2 \quad (5)$$

达到最小。

4.1 最速下降法

由于直接令 F 的梯度等于零, 解方程组求 B, x_0, y_0, a 比较复杂, 故本文采用数值方法(最速下降法)来求 F 的极小值, 令 $X = (B, x_0, y_0, a)^T$, 则目标函数 $F(B, x_0, y_0, a)$ 在点 X 处的梯度可以表示为

$$\begin{aligned}
g(X) &= \nabla F(X) = \left[\frac{\partial F}{\partial B}, \frac{\partial F}{\partial x_0}, \frac{\partial F}{\partial y_0}, \frac{\partial F}{\partial a} \right]^T \\
&= (g_1, g_2, g_3, g_4)^T \quad (6)
\end{aligned}$$

Hesse 矩阵:

$$\begin{aligned}
H(X) &= \nabla^2 F(X) = (h_{ij})_{4 \times 4} \\
&= \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial B^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_0 \partial B} & \frac{\partial^2 F}{\partial y_0 \partial B} & \frac{\partial^2 F}{\partial a \partial B} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial B \partial x_0} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_0^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial y_0 \partial x_0} & \frac{\partial^2 F}{\partial a \partial x_0} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial B \partial y_0} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_0 \partial y_0} & \frac{\partial^2 F}{\partial y_0^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial a \partial y_0} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial B \partial a} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_0 \partial a} & \frac{\partial^2 F}{\partial y_0 \partial a} & \frac{\partial^2 F}{\partial a^2} \end{bmatrix} \quad (7) \\
F(X) &= \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ B - \frac{1}{a^2} [(i-x_0)^2 + (j-y_0)^2] - f_{ij} \right\}^2 \quad (8)
\end{aligned}$$

从而可以推得梯度向量各元素值为:

$$g_1 = \frac{\partial F}{\partial B} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ B - \frac{1}{a^2} [(i-x_0)^2 + (j-y_0)^2] - f_{ij} \right\} \quad (9)$$

$$g_2 = \frac{\partial F}{\partial x_0} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{2}{a^2} (i-x_0) \times \left[B - \frac{1}{a^2} [(i-x_0)^2 + (j-y_0)^2] - f_{ij} \right] \right\} \quad (10)$$

$$g_3 = \frac{\partial F}{\partial y_0} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{2}{a^2} (j-y_0) \times \left[B - \frac{1}{a^2} [(i-x_0)^2 + (j-y_0)^2] - f_{ij} \right] \right\} \quad (11)$$

$$g_4 = \frac{\partial F}{\partial a} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{2}{a^3} [(i-x_0)^2 + (j-y_0)^2] \times \right.$$

$$2 \left[B - \frac{1}{a^2} \left[(i - x_0)^2 + (j - y_0)^2 \right] - f_{ij} \right] \quad (12)$$

同理, Hesse 矩阵相关元素值可以表示为:

$$h_{11} = \frac{\partial^2 F}{\partial B^2} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M 2 = 2MN \quad (13)$$

$$h_{12} = h_{21} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_0 \partial B} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \frac{4}{a^2} (i - x_0) = \frac{4}{a^2} \left[\frac{(1+M)MN}{2} - x_0 MN \right] \quad (14)$$

$$h_{13} = h_{31} = \frac{\partial^2 F}{\partial y_0 \partial B} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \frac{4}{a^2} (j - y_0) = \frac{4}{a^2} \left[\frac{(1+N)MN}{2} - y_0 MN \right] \quad (15)$$

$$h_{14} = h_{41} = \frac{\partial^2 F}{\partial a \partial B} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{4}{a^3} \times [(i - x_0)^2 + (j - y_0)^2] \right\} \quad (16)$$

$$h_{22} = \frac{\partial^2 F}{\partial x_0^2} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{4}{a^2} \times \left[-B + \frac{1}{a^2} \left[3(i - x_0)^2 + (j - y_0)^2 \right] + f_{ij} \right] \right\} \quad (17)$$

$$h_{23} = h_{32} = \frac{\partial^2 F}{\partial y_0 \partial x_0} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left[\frac{8}{a^4} \times (i - x_0) \times (j - y_0) \right] \quad (18)$$

$$h_{24} = h_{42} = \frac{\partial^2 F}{\partial a \partial x_0} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ 4(i - x_0) \times \left[\frac{4}{a^5} \left[(i - x_0)^2 + (j - y_0)^2 \right] - \frac{2}{a^3} B + \frac{2}{a} f_{ij} \right] \right\} \quad (19)$$

$$h_{33} = \frac{\partial^2 F}{\partial y_0^2} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ \frac{4}{a^2} \times \left[-B + \frac{1}{a^2} \left[(i - x_0)^2 + 3(j - y_0)^2 \right] + f_{ij} \right] \right\} \quad (20)$$

$$h_{34} = h_{43} = \frac{\partial^2 F}{\partial a \partial y_0} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ 4(j - y_0) \times \left[\frac{4}{a^5} \left[(i - x_0)^2 + (j - y_0)^2 \right] - \frac{2}{a^3} B + \frac{2}{a} f_{ij} \right] \right\} \quad (21)$$

$$h_{44} = \frac{\partial^2 F}{\partial a^2} = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^M \left\{ 4 \left[(i - x_0)^2 + (j - y_0)^2 \right] \times \left[-\frac{3}{a^4} B + \frac{5}{a^6} \left[(i - x_0)^2 + (j - y_0)^2 \right] + \frac{3}{a} f_{ij} \right] \right\} \quad (22)$$

4.2 初始值的选取

在理论上最速下降法对任意初始值都能收敛, 但如果初始值选取不当, 会导致算法收敛时间过长. 由于在实际应用中满足条件: $1 < x_0 < M, 1 < y_0 < N$, 因此 X 的初值可近似选为:

$$A = e_{i_0 j_0} = \max \{ e_{ij} \mid 1 \leq i \leq M, 1 \leq j \leq N \} \quad (23)$$

$$x_0 = i_0, y_0 = j_0 \quad (24)$$

$$a = \sqrt{\frac{\left(\frac{M}{2} - x_0 \right)^2 + \left(\frac{N}{2} - y_0 \right)^2}{\ln A - \ln e_{\frac{M}{2} \frac{N}{2}}}} \quad (25)$$

研究表明, 利用上述经验公式给定的初值进行迭代, 收敛时间较短, 通常能够获得较好的估计效果.

4.3 算法流程

利用最速下降法计算 $X = (B, x_0, y_0, a)^T$ 的算法流程如下:

① 选定初始点 X^0 及很小正数 ε (如 $\varepsilon = 0.01$), 计算 $F^0 = F(X^0), g^0 = g(X^0) = \nabla F(X^0)$, 令 $k = 0$;

② 计算

$$t_k = \frac{(g^k)^T g^k}{(g^k)^T H^k g^k} \quad (26)$$

$$X^{k+1} = X^k - t_k g(X^k) \quad (27)$$

$$F^{k+1} = F(X^{k+1}), g^{k+1} = g(X^{k+1}) \quad (28)$$

③ 如果 $\|g\| = \sqrt{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2 + g_4^2} < \varepsilon$, 则算法结束, 输出 X^k ; 否则, 令 $k = k + 1$, 转到 ②

4.4 实验仿真结果

为了验证上述估计算法的准确性, 本文选用带有加性高斯白噪声的高斯曲面 ($SNR = 10$) 进行参数估计. 其中, 待估曲面矩阵行列数分别为 $M = 50, N = 60$, 实际曲面参数为: $A = 100, x_0 = 20, y_0 = 30, a = 15$, 迭代终止误差 $\varepsilon = 0.01$. 选择 4 组不同的初始值, 参数估计结果如表 1 所示.

表 1 初始值对参数估计结果的影响

	初值	第 1 组	第 2 组	第 3 组	第 4 组
初始值	A	120	50	90	90
	x_0	10	15	5	20
	y_0	20	25	25	25
	a	10	15	20	15
估计值	A	99.8095	97.9782	100.2504	99.3365
	x_0	20.5416	20.5220	20.5207	20.7270
	y_0	30.0701	30.0800	30.0626	30.2330
	a	19.5610	19.7913	19.4471	19.6881

表 2 SNR 对参数估计结果的影响

SNR	A	x_0	y_0	a
20	101.4485	20.0665	30.0790	15.2385
15	98.1534	20.2067	30.2248	15.7012
10	98.3485	20.4362	30.0875	16.4334
5	96.4212	20.9430	30.1520	17.6563
0	92.5968	20.5433	29.9687	19.2382

从表 1 中可以看出, 对于不同的初值, 高斯曲面参数估计结果均比较准确, 初值对估计结果影响不大. 利用本文给定方法选取初值, 对于不同的 SNR, 参数估计结果如表 2 所示.

从表 2 中可以看出, 本文估计方法具有较强的抗噪性能, 当信噪比较低时, 仍能够比较准确地估计出高斯

曲面的相关参数,因此能够满足实际影像灰度拟合的需要。

程序运行时间与待估曲面矩阵大小、迭代终止误差、SNR,以及初始值选取等因素均有关系。以表 1 所示 4 组实验为例,选用 CPU 为 P4 3.0G,内存为 512M 的计算机,利用 Matlab 程序进行仿真,程序运行时间分别为:2.094s、1.703s、1.516s 和 1.406s,可见,本文算法完全能够满足实际工程的需要。

值得注意的是,最速下降法收敛速度呈线性变化(特别在解的附近),如果过分要求精度,由于受到“锯齿现象”的影响,计算过程要经历较长的弯路。根据实验仿真结果,当精度达到 0.1 时即可获得较好的参数估计效果,进一步提高精度对结果影响不大。

5 实际影像渐晕复原

为了验证该方法在实际工程中的有效性,选取新疆某农场航空遥感影像图,利用上述方法对其渐晕现象进行复原处理,所选影像如图 1 所示。



图1 某农场航空遥感影像图

从图 1 中可以看出,实际获得的影像渐晕现象十分严重,中间和边缘区域亮度有明显差异,其灰度变化情况如图 2 所示。

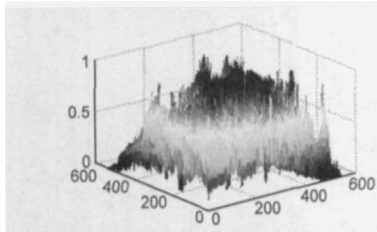


图2 原始渐晕影像的灰度分布图

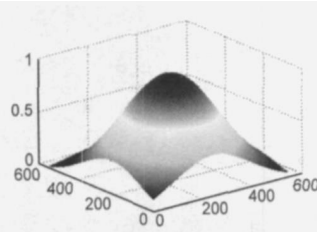


图3 高斯曲面拟合结果

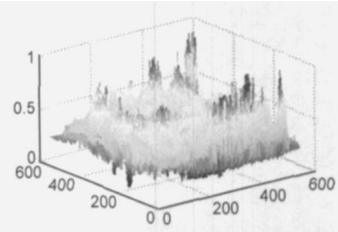


图4 高斯曲面纠正后影像灰度分布图

下面采用本文提出的高斯曲面拟合方法对其进行处理,利用最速下降法对相关参数进行估计,所得高斯曲面如图 3 所示。

高斯曲面纠正后影像灰度分布如图 4 所示。从图中可以看出,影像灰度整体分布已近均匀,渐晕现象基本消除,影像复原效果如图 5 所示。

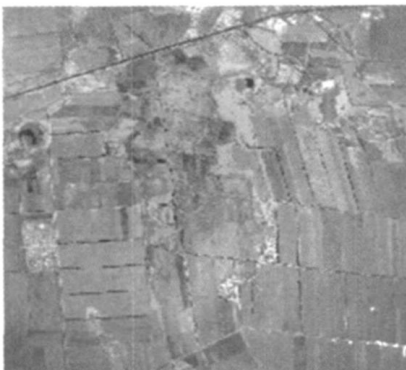


图5 基于高斯曲面拟合方法获取的影像复原图

从图 5 中可以看出,利用本文基于高斯曲面的数据拟合方法,能够有效去除实际影像的渐晕现象,处理后影像灰度分布均匀,效果理想。

6 结论与展望

将最速下降法引入到高斯曲面拟合当中,可以获

得影像灰度的整体变化趋势,从而有效实现影像渐晕现象的复原。通过对实际航空影像进行处理,证明了该方法在实际工程中的有效性。

该方法简单方便、便于实现,处理效果也比较理想,与传统方法相比,不需要相机及拍摄时的相关技术参数,因此具有广泛的适用性。

本文方法稍加改变,即可用于其它不规则曲面的参数估计,只需根据不同曲面表达式重新计算 Hesse 矩阵即可。除此之外,相关公式的进一步简化也能够进一步提高运算速度,因此具有较好的通用性。

参考文献:

- [1] 马冬梅, 张晓辉, 韩昌元. 大口径、长焦距光学系统杂光系数、渐晕系数、像面照度均匀性等参数的测试[J]. 应用光学, 1998, 15(5): 44-47.
- [2] 雷春, 张保民, 冯生荣. 红外系统中渐晕的研究[J]. 红外与激光工程, 2000, 29(4): 13-21.

Lei Chun, Zhang Baomin, Feng Shengrong. Research on vi

- gnetting in thermal imaging system[J]. Infrared and Laser Engineering, 2000, 29(4): 13- 21. (in Chinese)
- [3] 杨志文, 等. 光学测量[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1995.
Yang Zhiwen, et al. Optics Measure[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1995. (in Chinese)
- [4] 张以谟. 应用光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 1987.
Zhang Yimo. Applied Optics[M]. Beijing: China Machine Press, 1987. (in Chinese)
- [5] Wonpil Yu, Yunkoo Chung, and Jung Soh. Vignetting distortion correction method for high quality digital imaging[A]. In Proceedings of the 17th International Conference on the Pattern Recognition[C]. Piscataway, New Jersey: IEEE Computer Society Press, 2004, (3): 666- 669.
- [6] Wonpil Yu. Practical anti vignetting methods for digital cameras [J]. IEEE Transactions on Consumer Electronics, 2004, 50(4): 975- 983.
- [7] Yuanjie Zheng, Stephen Lin, Sing Bing Kang. Single image vignetting correction[A]. In Proceedings of the 2006 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition[C]. Piscataway, New Jersey: IEEE Computer Society Press, 2006, (1): 461- 468.
- [8] 何凯, 赵红颖, 刘晶晶. 航空遥感影像渐晕复原方法研究[J]. 吉林大学学报(工学版), 2007, 37(6): 1447- 1450.
He Kai, Zhao Hongying, Liu Jingjing. Vignetting correction method for aviatric remote sensing image[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2007, 37(6): 1447- 1450. (in Chinese)
- [9] 李炜, 黄心汉, 王敏, 陈黎. 基于二维高斯曲面拟合的图像灰度补偿算法[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2004, 32(2): 43- 45.

Li Wei, Huang Xinhan, Wang Min, Chen Li. A compensation algorithm of image based on Gaussian quadrics fitting[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Nature Science Edition), 2004, 32(2): 43- 45. (in Chinese)

作者简介:



何凯 男, 1972年6月出生于辽宁省辽阳市, 2003年毕业于吉林大学通信与信息系统专业, 并获得博士学位, 2004年-2006年于北京大学遥感所攻读博士后, 现为天津大学电子信息工程学院副教授、硕士生导师. 主要研究方向包括数字图像与视频处理、小波分形理论及其在图像处理中的应用等.

E-mail: heka626@163.com



唐平凡 男, 1984年9月出生于天津市塘沽区, 2003年9月至今, 在成都电子科技大学应用数学学院学习(本科), 现已获得上海交通大学硕士研究生保送资格, 研究方向为计算数学.

E-mail: tpf_1984@163.com



王成优 男, 1979年5月出生于山东省梁山县, 2004年和2007年分别在烟台大学和天津大学获工学学士学位和工学硕士学位, 现为天津大学电子信息工程学院博士研究生, 研究方向为数字图像与视频处理、小波分析及其应用等.

E-mail: wangchengyou@tju.edu.cn